

GUIA : III**CIRCUITOS LOGICOS****OBJETIVOS**

- ▶ Realizar la tabla de verdad para las compuertas lógicas básicas.
AND ,OR, NOT, NAND, OR-EX
- ▶ Representar simbólicamente una función booleana usando las compuertas básicas.
- ▶ Analizar la operación de las compuertas lógicas usando contactos, diodos y transistores.
- ▶ Simplificación de circuitos lógicos por medio de los postulados del Álgebra de Boole.

Introducción

- ▶ En la unidad anterior llegamos hasta la transformación de un problema digital en su equivalente tabla de verdad, en un formato binario, esto sería suficiente para construcción de sistemas que usen memorias de solo lectura (ROM), para realizar la implementación de estos sistemas con otro tipo de componentes (compuertas lógicas) es necesario tener una descripción algebraica de estos sistemas.
- ▶ **De lo dicho anterior, podemos concluir que necesitamos el álgebra para:**
 - Interpretar o describir una red de compuertas que componen el sistema digital.
 - Permite simplificar y minimizar la cantidad de lógica usada en un sistema.
 - Es básica en el proceso de implementación de una red de compuertas.

Lógica Digital

- ▶ **Que es la Lógica?**
 - Es la aplicación Metódica de principios, reglas y criterios de razonamiento para la demostración y derivación de proposiciones.
- ▶ **Que es una Proposición?**
 - Es una expresión verbal de un juicio acerca de algo.
- ▶ Es una ciencia de razonamiento numérico aplicado a los circuitos electrónicos que realizan decisiones del tipo: "Si entonces".

CAUSA EFECTO

- ▶ Las compuertas son bloques que realizan operaciones básicas sencillas y toman decisiones.

Operadores del Algebra de Conmutación

- ▶ **OR (suma lógica)**
 - Símbolos: $+$, \vee
 - $a + b$ (se lee: a or b), y es 1 sí y sólo sí $a=1$ ó $b=1$ ó ambos.
- ▶ **AND (producto lógico)**
 - Símbolos: $.$, \wedge , o simplemente dos variables seguidas
 - $a . b$ (se lee: a and b), y es 1 sí y sólo sí $a=1$ y $b=1$.
- ▶ **NOT (negación, complemento, inversión)**
 - Símbolos: $'$
 - a' (se lee: not a , a negado), y es 1 sí y sólo sí $a=0$.

CIRCUITOS LOGICOS COMBINACIONALES

- ▶ Los circuitos constituidos por compuertas lógicas son llamados circuitos lógicos combinacionales, para su análisis y descripción se utilizan:
 - **Teoremas Booleanos**
 - **Teoremas de DeMorgan**
 - **Compuertas lógicas**

Circuitos booleanos

- ▶ Las computadores digitales contienen circuitos que implementan funciones booleanas.
- ▶ Cuando más simple la función más chico el circuito
 - Son más baratos, consumen menos, y en ocasiones son mas rápidos!
- ▶ Podemos usar las identidades del algebra de Boole para reducir estas funciones.

Algebra de Boole

El sistema consiste en un cálculo para resolver problemas de lógica proposicional (dos valores posibles $[0, 1]$ y tres operaciones:

- AND (y)
- OR (o)
- NOT (no)

ALGEBRA DE BOOLE

- **Operaciones del algebra de Boole**
- **Leyes Booleanas:**
 - Ley conmutativa
 - Ley asociativa
 - Ley distributiva
- **Funciones Lógicas**

- Ley conmutativa
 1. $X + Y = Y + X$
 2. $X \cdot Y = Y \cdot X$
- Ley asociativa
 1. $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z = X + Y + Z$
 2. $X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z = (X \cdot Y \cdot Z)$
- Ley distributiva
 1. $X \cdot (Y + Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$
 2. $(W + X) \cdot (Y + Z) = W \cdot Y + X \cdot Y + W \cdot Z + XZ$

◦ Negación o complemento

◦ Adición

◦ Producto

A	B	X=AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	X=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	X=.
0	1
1	0

Reglas del algebra de Boole

Se utilizan para simplificar las expresiones booleanas

1. $X \cdot 0 = 0$
2. $X \cdot 1 = X$
3. $X \cdot X = X$
4. $X \cdot X' = 0$
5. $X + 0 = X$
6. $X + 1 = 1$
7. $X + X = X$
8. $X + X' = 1$
9. $X'' = X$
10. $X + X \cdot Y = X$
11. $X + X' \cdot Y = X + Y$

$$(X+Y)(X+Z) = X+YZ$$

Ejemplo

► Usando identidades booleanas podemos reducir esta función:

$$F(X, Y, Z) = (X + Y) (X + \overline{Y}) (\overline{XZ})$$

Teoremas de Morgan

Verifican matemáticamente la equivalencia de las compuertas

NAND y negativa-OR

NOR y negativa-AND

1. $(X + Y)' = X' \cdot Y'$
2. $(X \cdot Y)' = X' + Y'$

PASOS IMPORTANTES PARA UN : Diseño de circuitos lógicos Combinacionales...!!!!

1. Tabla de Verdad
2. Expresión Lógica a partir de la tabla de verdad
3. Simplificación
4. Implementar compuerta lógicas

Conceptos básicos de Lógica Digital

- ▶ "Fotocelda de sensor de puerta"=A
- ▶ "Interruptor sensor contacto de Ventana"=B
- ▶ "Activa la Alarma"=C
- ▶ Cada una de estas tres premisas puede ser verdadera o falsa.
- ▶ Ejemplo: Si la fotocelda esta iluminada entonces A=0, Si el sensor interruptor esta abierto entonces B=1, ETC.

Suma de Productos

- ▶ Es fácil convertir una función a una suma de productos usando la tabla de verdad.
- ▶ Elegimos los valores que dan 1 y hacemos un producto (AND) de la fila (negando si aparece un 0).
- ▶ Luego sumamos todo (OR)

$$F(x, y, z) = x\bar{z} + y$$

x	y	z	$x\bar{z} + y$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$F(x,y,z) = (\neg x \neg y \neg z) + (\neg x y z) + (x \neg y \neg z) + (x y \neg z) + (x y z)$$

Ley de Igual Potencia

1) $X+0 = X$

1D) $X*1 = X$

2) $X+1 = 1$

2D) $X*0 = 0$

3) $X+X = X$

3D) $X*X = X$

Ley de Involución

4) $(X')' = X$

Ley de Complemento

5) $X+X' = 1$

5D) $X*X' = 0$

Ley Conmutativa

6) $X+Y = Y+X$

6D) $X*Y = Y*X$

Ley Asociativa

7) $(X+Y)+Z = X+(Y+Z)$

7D) $(X*Y)*Z = X*(Y*Z) = X*Y*Z$

Ley Distributiva

8) $X(Y+Z) = XY+XZ$

8D) $X+YZ=(X+Y)(X+Z)$

**Teoremas de Simplificación
(Factorización y Expansión)**

9) $XY+XY' = X$

9D) $(X+Y)(X+Y')=X$

10) $X+XY=X$

10D) $X(X+Y)=X$

11) $(X+Y')Y=XY$

11D) $XY'+Y=X+Y$

Inversión (Ley de Morgan)

12) $(X+Y+Z)' = X' * Y' * Z'$

12D) $(X*Y*Z) = X' + Y' + Z$

Cambia el signo de la variable y la operación lógica

Dualidad

$$13) (X + Y + Z)^D = X * Y * Z$$

$$13D) (X * Y * Z)^D = X + Y + Z$$

Cambia sólo la operación

Teorema del Concenso

Se buscan dos términos donde una misma variable se encuentre negada en uno de ellos y en el otro no. Con las variables restantes se forma un nuevo término, el cual es eliminado de la ecuación completa.

$$14) XY + YZ + X'Z = XY + X'Z$$

$$14D) (X+Y)(Y+Z)(X'+Z) = (X+Y)(X'+Z)$$

$$15) (X+Y)(X'+Z) = XZ + X'Y$$

Un circuito combinacional es aquel cuya salida depende sólo de las entradas.

Es decir:

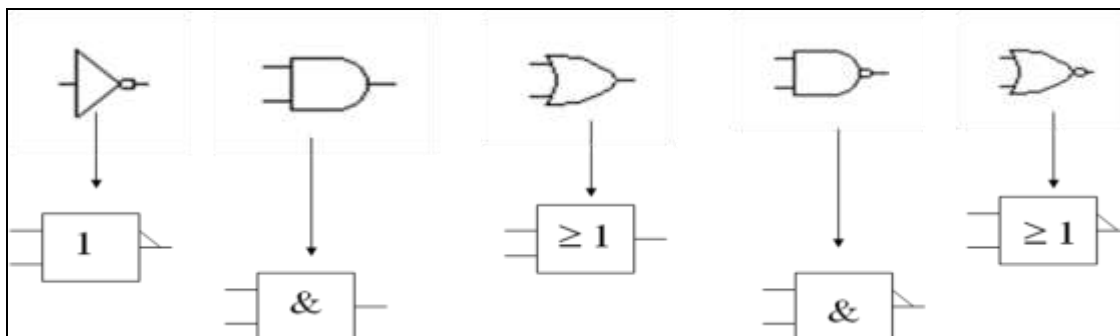
- *No depende de la salida*
- *No depende del tiempo*

Compuertas lógicas

- Una compuerta es un dispositivo electrónico que produce un resultado en base a un conjunto de valores de valores de entrada
 - En realidad, están formadas por uno o varios transistores, pero lo podemos ver como una unidad.
 - Los circuitos integrados contienen colecciones de compuertas conectadas con algún propósito

SÍMBOLOS LÓGICOS ESTANDAR IEEE/ANSI

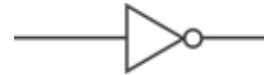
1984 – Norma IEEE/ANSI 91-1984



Resumen de Operaciones Lógicas Básicas

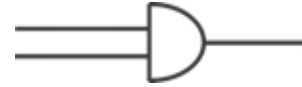
- NOT

Inversor



- AND

Y



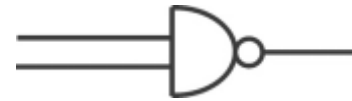
- OR

ó



- NAND

Not- AND



- NOR

NOT-OR



- XOR

OR-Exclusivo



COMPUERTA : AND

Tabla de verdad de la compuerta AND de dos entradas.

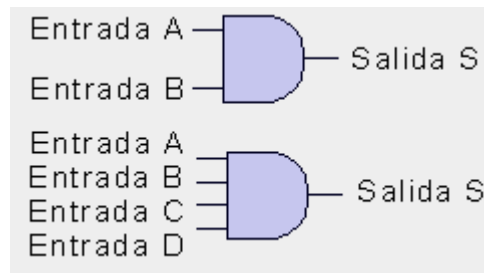
Entrada A	Entrada B	Salida S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Es posible tener más de dos entradas.

Entrada A	Entrada B	Entrada C	Salida S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Podemos pensar en esta compuerta como una lámpara, que hace las veces de salida, en serie con la fuente de alimentación y dos o mas interruptores, cada uno oficiando de entrada.

La lámpara se encenderá únicamente cuando todos los interruptores estén cerrados. En este ejemplo, el estado de los interruptores es "1" cuando están cerrados y 0 cuando están abiertos. La salida esta en 1



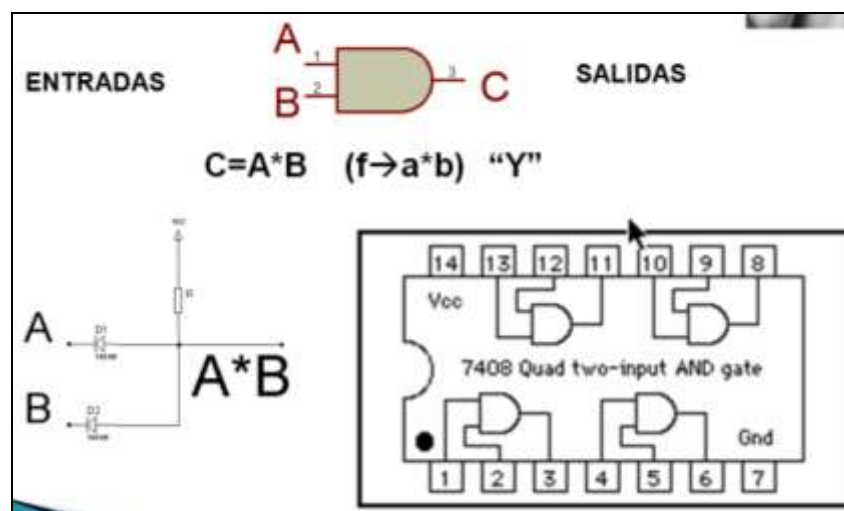
Con dos o más entradas, esta compuerta realiza la función booleana de la multiplicación.

Su salida será un "1" cuando todas sus entradas también estén en nivel alto. En cualquier otro caso, la salida será un "0". El operador AND se lo asocia a la multiplicación, de la misma forma que al operador SI se lo asociaba a la igualdad. En efecto, el resultado de multiplicar entre si diferentes valores binarios solo dará como resultado "1" cuando todos ellos también sean 1, como se puede ver en su tabla de verdad. Matemáticamente se lo simboliza con el signo "x".

- Multiplicación lógica (AND) de dos variables xy
 - La operación producirá diferentes valores dependiendo de los que tomen cada uno de los elementos que representan las variables.
 - Si $x=1$, entonces $xy=y$
 - Si $x=0$ entonces $xy=0$
 - Estos resultados pueden presentarse en una tabla que liste todas las combinaciones posibles de valores x e y y los valores correspondientes xy .

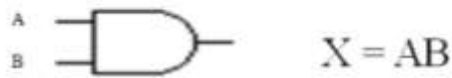
Esta tabla de denomina tabla de verdad

COMPUERTA LOGICA AND TODO O NADA



COMPUERTAS LOGICA:

• AND



A	B	X=AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

COMPUERTA: OR

A la izquierda, compuertas AND de 2 y 4 entradas

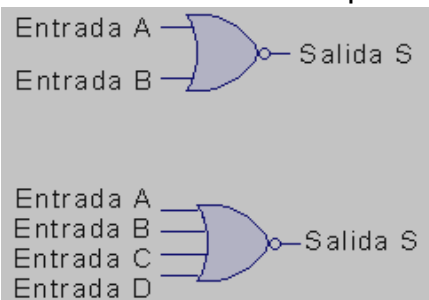
Entrada A	Entrada B	Salida S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabla correspondiente a una OR de dos entradas.

Entrada A	Entrada B	Entrada C	Salida S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Con tres entradas, la tabla contiene el doble de estados posibles.

Un circuito eléctrico equivalente a esta compuerta esta compuesto por una lámpara conectada en serie con la alimentación y con dos o mas interruptores que a su vez están conectados en paralelo entre si. Nuevamente, los interruptores serian las entradas, y la lámpara la salida. Si seguimos las convenciones fijadas en el ejemplo visto al explicar la compuerta AND, tenemos que si ambos interruptores están abiertos (o en 0), la lámpara permanece apagada. Pero basta que cerremos uno o más de los interruptores para que la lámpara se encienda.

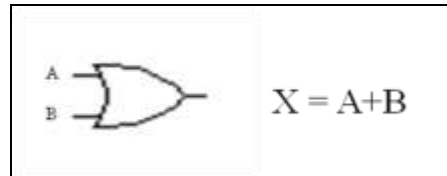


- A partir del postulado 2a...
 - Si $y=0$, entonces $x+y = x$
 - Por lo que $x+y$ corresponderá al valor de x
 - A partir del teorema 1a...
 - Si $y=1$, entonces $x+y=x+1=1$
 - Esto, para ambos valores de x
- Esto es totalmente equivalente a la lógica de la conjunción "o"

OR

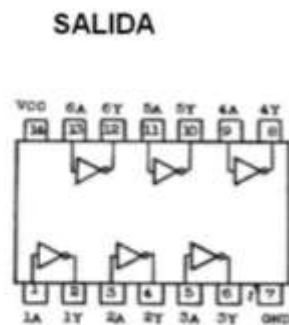
- En un proceso químico se tienen dos entradas una de temperatura y otra de presión, en el momento en que alguno de los dos alcance un cierto límite debe activar una alarma

A	B	$X = A+B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

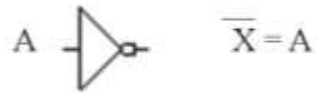


Operación NOT

- La operación complemento es isomórfica con la negación
¿Cuál es la tabla de verdad para el operador NOT?



- NOT



A	X = \overline{A}
0	1
1	0

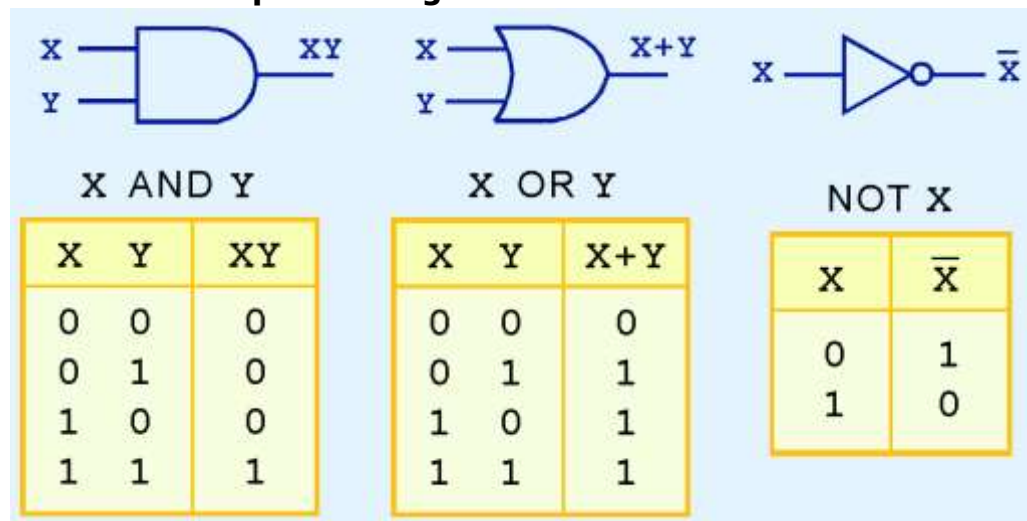
Operadores básicos

- Un operador booleano puede ser completamente descrito usando **tablas de verdad**.
- El operador **AND** es conocido como producto booleano (.) y el **OR** como co-producto booleano (+).
- El operador **NOT** (\neg ó una barra encima de la expresión) conocido como complemento.

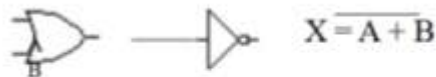
X AND Y		
X	Y	XY
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

NOT X	
X	\overline{X}
0	1
1	0

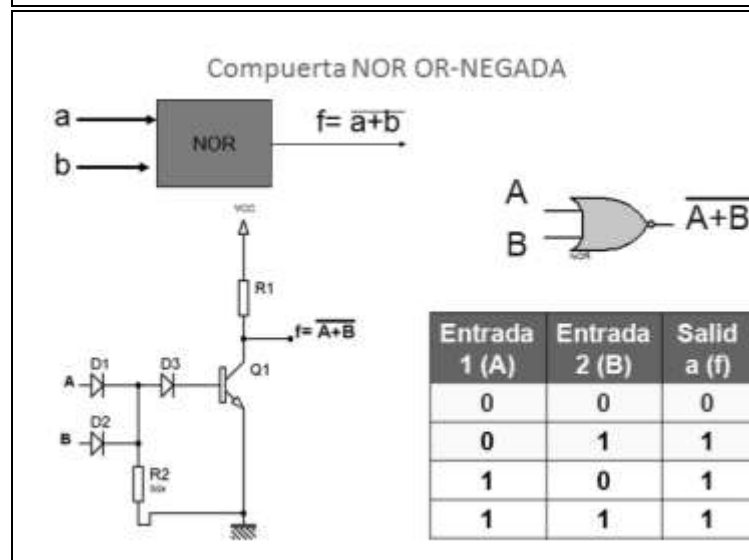
X OR Y		
X	Y	X+Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Resumen: Compuertas Lógicas

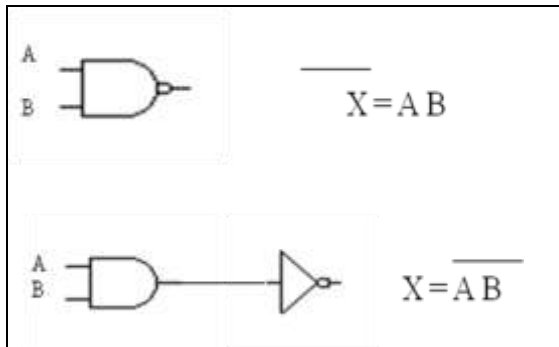
- Se corresponden exactamente con las funciones booleanas que vimos

NOR

A	B	$X = \overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

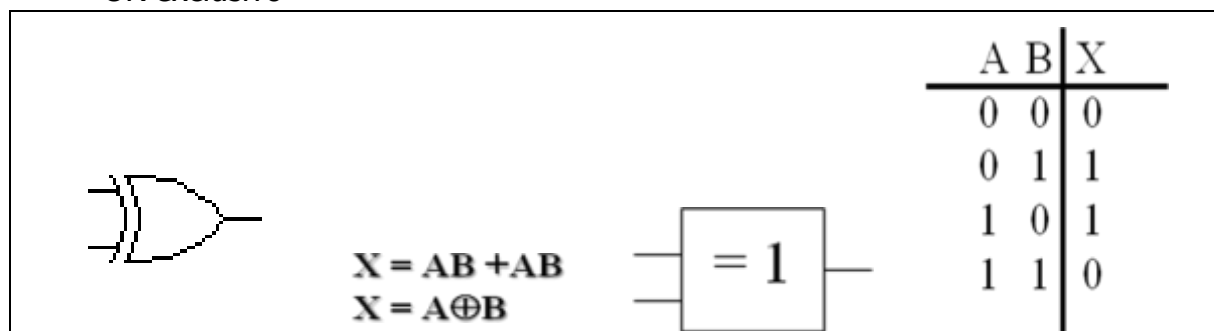


NAND

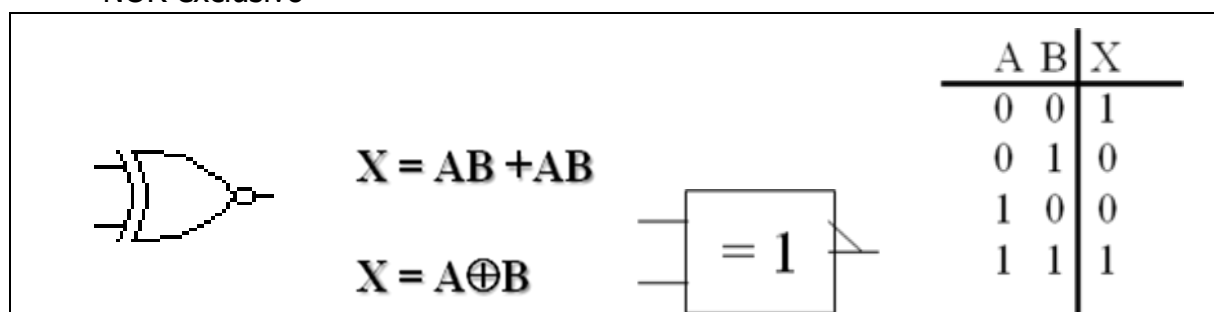


A	B	$X = \overline{AB}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

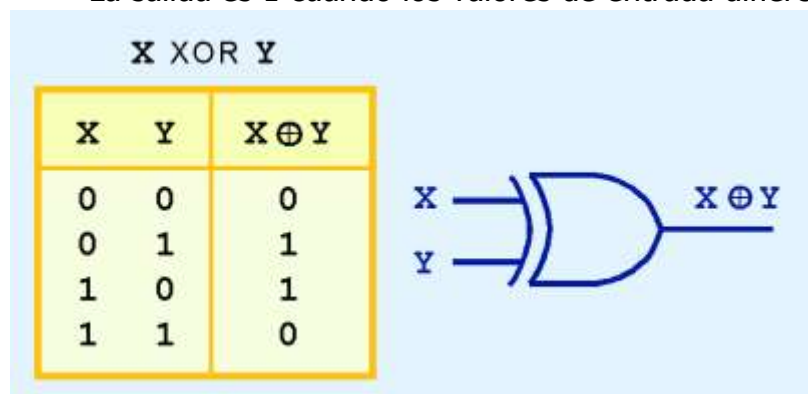
- OR exclusivo



- NOR exclusivo



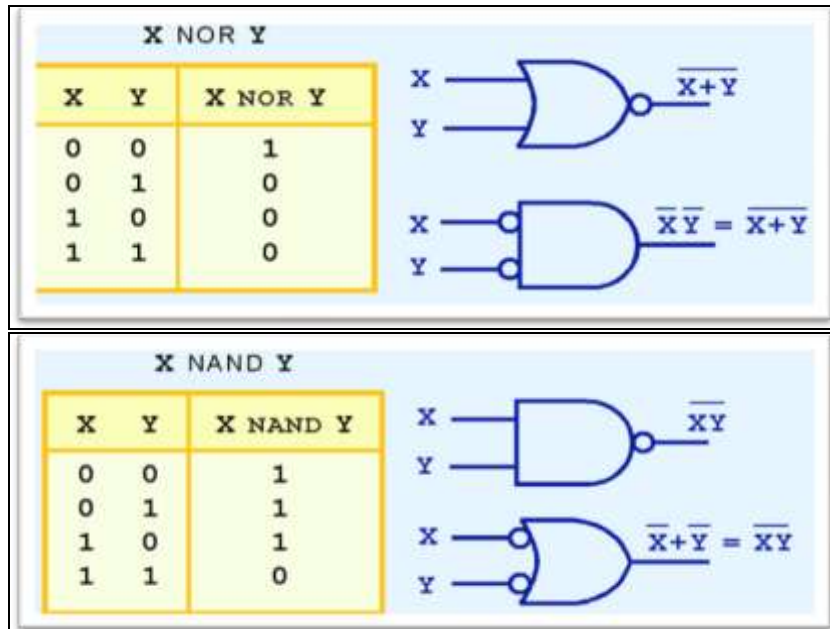
- Una compuerta muy útil: el OR exclusivo (XOR)
- La salida es 1 cuando los valores de entrada difieren.



Usamos el simbolo \oplus para el XOR.

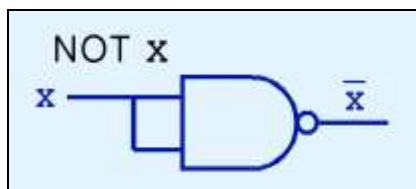
- **NAND** y **NOR** son dos compuertas muy importantes.
- Con la identidad de "De Morgan" se pueden implementar con **AND** u **OR**.
- Son más baratas y ambas por sí solas son un conjunto adecuado para la lógica proposicional.

Es decir que cualquier operador se puede escribir usando cualquiera de ellas.

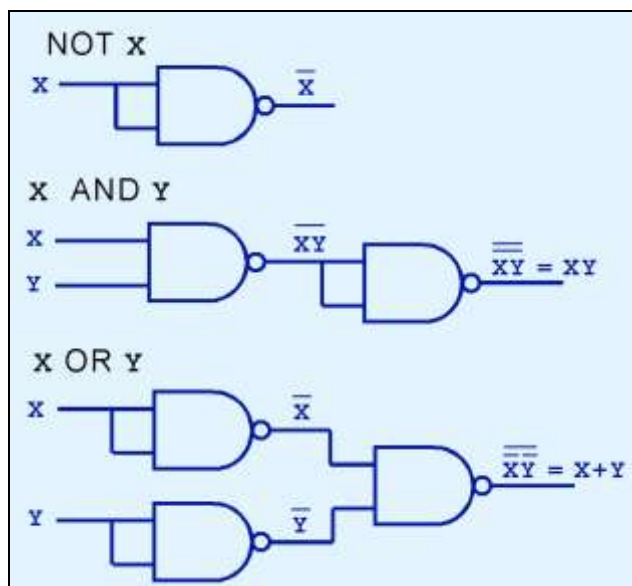


Ejercicio

- Ejemplo: NOT usando NAND

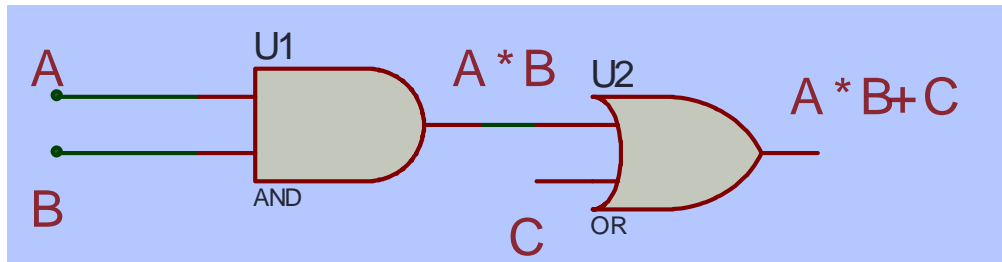


- Utilizando solo NAND o NOR realizar circuitos con la misma funcionalidad que el AND y OR



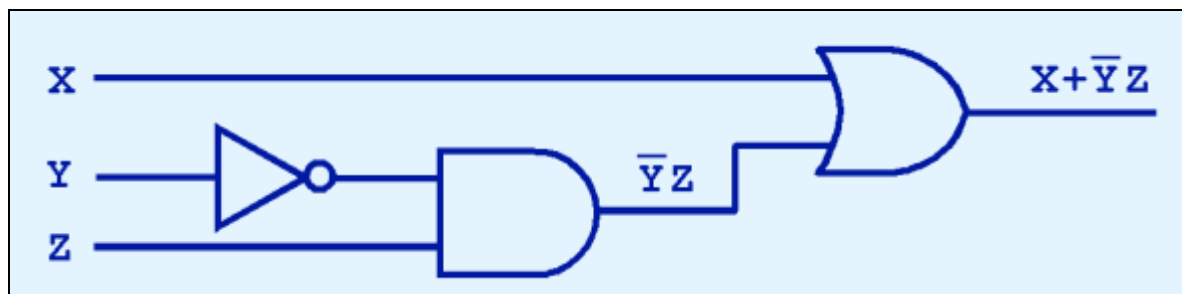
Descripción Algebraica De Circuitos Lógicos

- Cualquier circuito lógico puede describirse completamente mediante las operaciones AND, OR y NOT.
- Prioridad de Operación.
 - EJ $A+B * C$
 - (1) $A \text{ AND } B$ y después OR C
 -



- Combinando compuertas se pueden implementar funciones booleanas
- Este circuito implementa la siguiente función:

$$F(X, Y, Z) = X + \bar{Y}Z$$

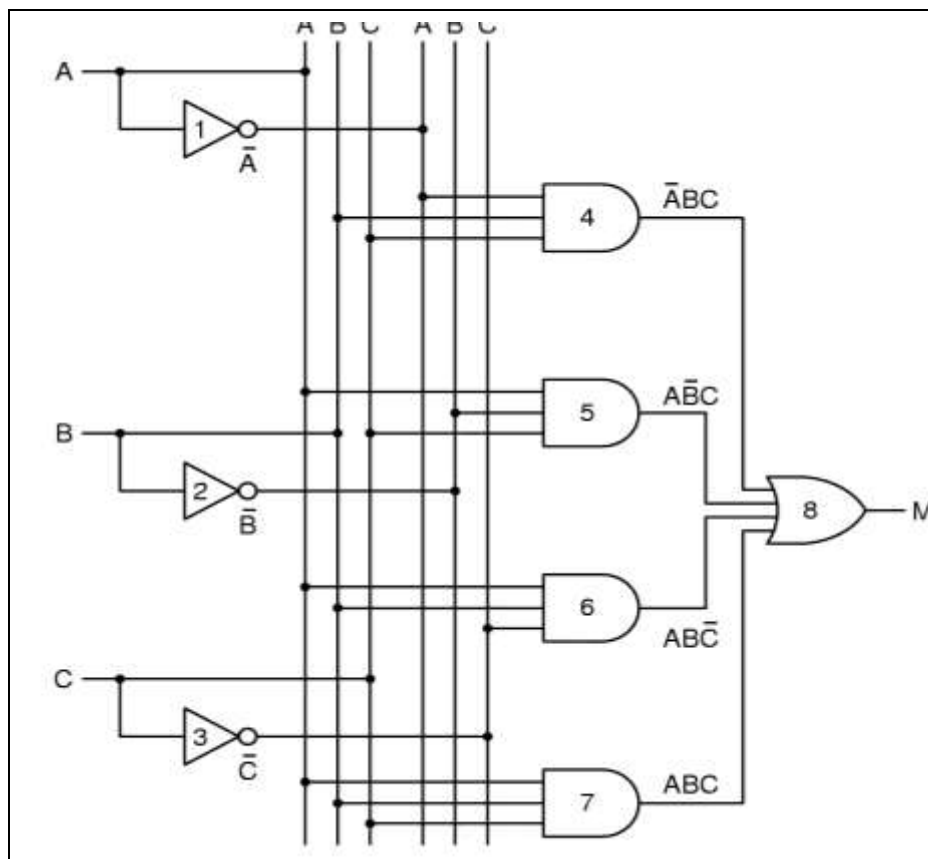


Simplificando las funciones se crean circuitos más chicos!

Ejemplo: La función Mayoría

A	B	C	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$M(A,B,C) = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$



Funciones booleanas

- Tabla de verdad de esta función:

$$F(x, y, z) = x\bar{z} + y$$

- El NOT tiene más precedencia que el resto de los operadores
- Y el AND más que el OR

$F(x, y, z) = x\bar{z} + y$					
x	y	z	\bar{z}	$x\bar{z}$	$x\bar{z} + y$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

Método de tabla de Verdad

- Al método de demostración que se basa en tablas de verdad para probar una relación entre variables de conmutación, que verifica que la relación es verdadera para todas las combinaciones posibles de valores de las variables, se le denomina método de inducción perfecta.
- Aplicar las tablas de verdad de las operaciones AND, OR y NOT para demostrar la validez de la primera forma de la ley de: "De Morgan".
 $(x+y)' = x'y'$

Expresiones de conmutación

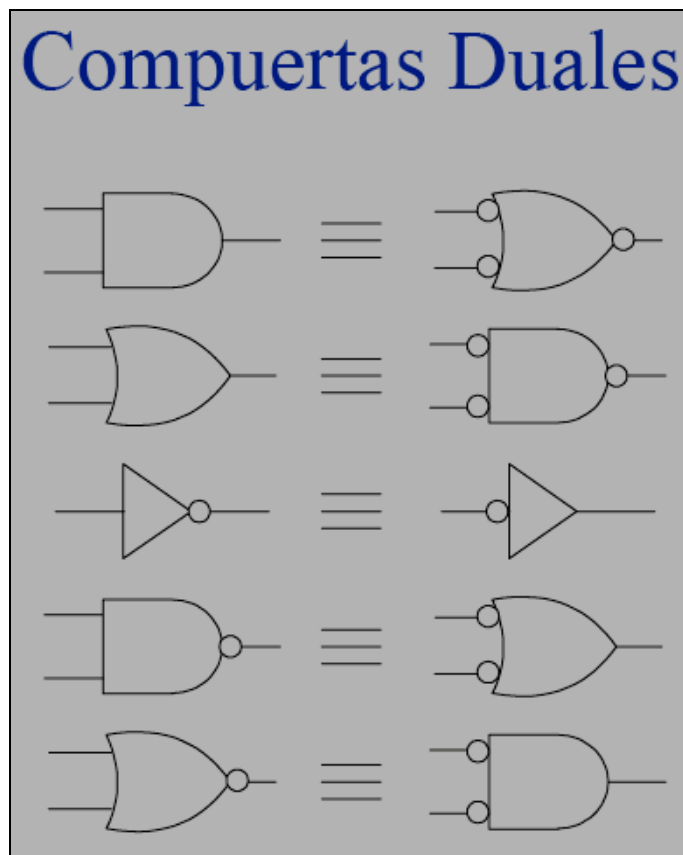
- Una expresión de conmutación es una relación finita entre variables de conmutación (y posiblemente en las constantes de conmutación 0 y 1), relacionadas por las operaciones AND, OR y NOT.
 - Por ejemplo, $E = (x+yz)(x+y') + (x+y)'$
 - Las expresiones están conformadas por variables (literales) y sus complementos.

Simplificando Expresiones

- Se pueden encontrar expresiones equivalentes aplicando leyes específicas del álgebra de conmutación.
 - Por ley distributiva y ley de Morgan al último término...
 - $E = (x + yz)(x + y') + (x + y)'$
 - $E = xx + xy' + xyz + y'yz + x'y'$
 - $E = x + x(y' + yz) + x'y'$ teorema 3a,
postulados 4a y 5b
 - $E = x + x'y'$ postulado 4a y teorema 4a
 - $E = x + y'$ teorema 5a

Simplificación

- Expresiones redundantes
 - Por ejemplo, la expresión yy' es igual al elemento identidad 0.
 - En forma general, una expresión redundante es la que contiene...
 - Literales repetidas (xx o $x+x$)
 - Una variable y su complemento (xx' o $x+x'$)
 - Constantes de conmutación expresadas explícitamente (0 o 1)

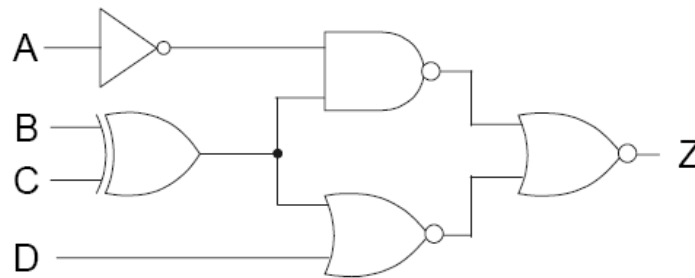


Laboratorio I

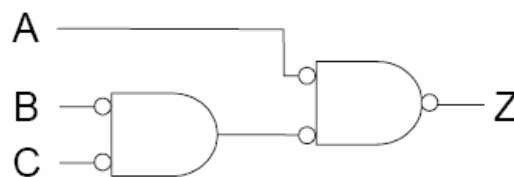
- Construir un circuito AND de 4 entradas a partir de AND de dos Entradas.
- En una AND De dos entradas Multiplicar dos señales de Reloj con frecuencias de 130 y 150 Hz. Analizar el Resultado.
- Cambiar las frecuencias a 100 y 200HZ.
- Realice la misma practica para una Compuerta OR.

Ejemplo:

$$Z(A, B, C, D) = \overline{\overline{\overline{A} \cdot (B \oplus C) + (B \oplus C) + D}} = \overline{A} \cdot (B \oplus C) \cdot [(B \oplus C) + D]$$



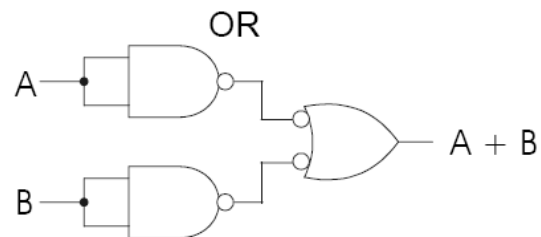
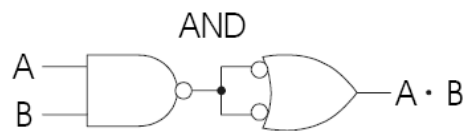
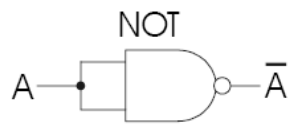
Ejemplo:



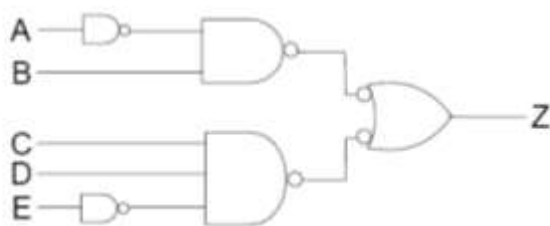
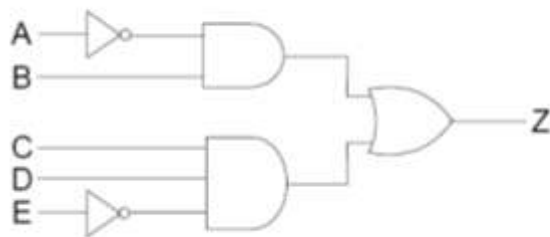
$$Z.h = \overline{\overline{\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}}} = A + \overline{B} + \overline{C}$$

$$Z.l = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

Generando compuertas básicas con compuertas NAND



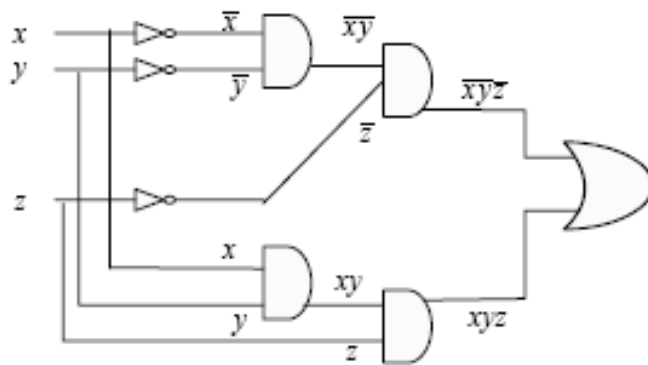
Ejemplo:





Capítulo 3 – Elementos de electrónica digital

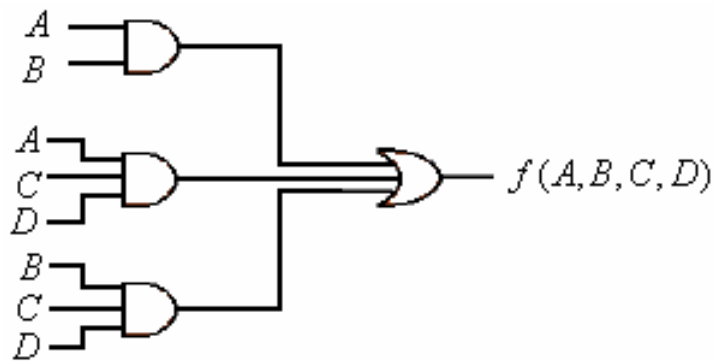
3.2 – Compuertas lógicas



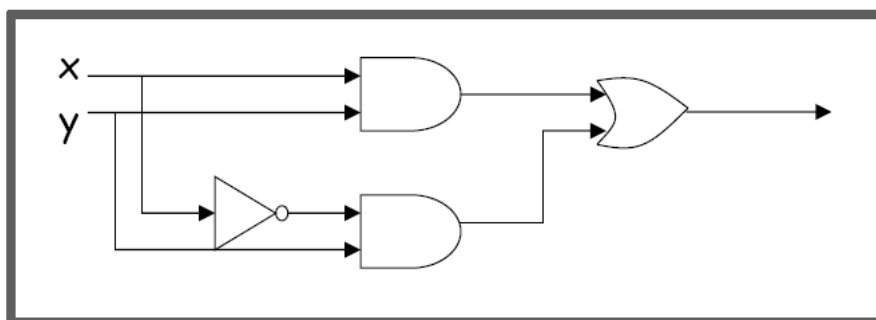
$$\overline{xy}z + xy\overline{z}$$

Función Simplificada .

$$f(A, B, C, D) = (A B) + (A C D) + (B C D)$$

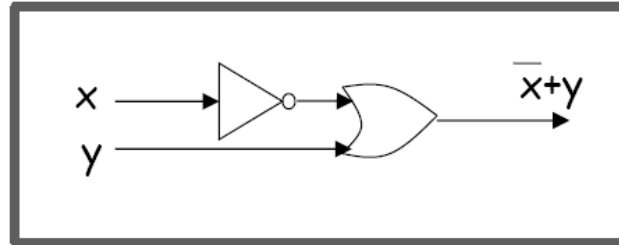


Combinación de compuertas

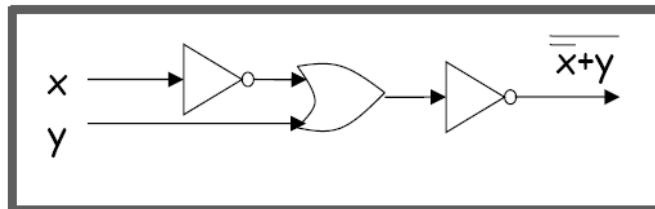


Compuertas lógicas

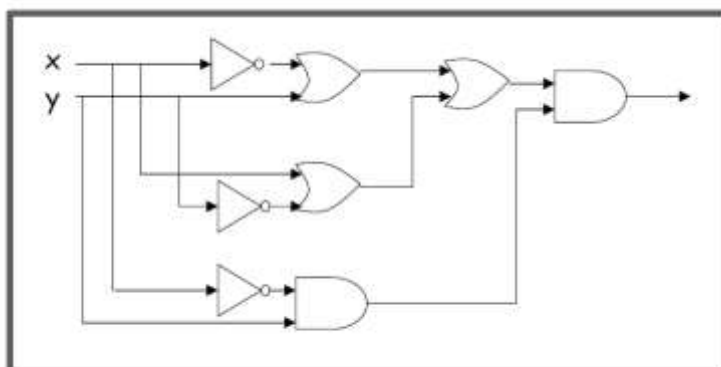
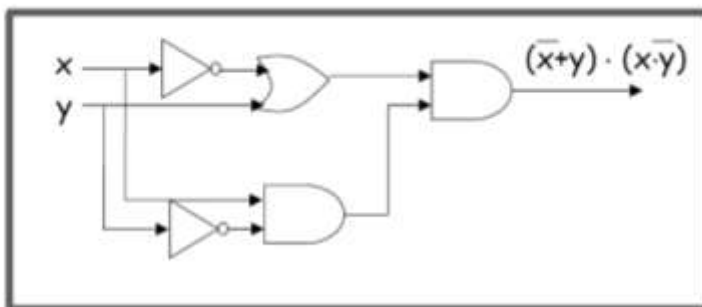
Indique la salida del siguiente circuito por medio de expresiones booleanas



Indique la salida del siguiente circuito por medio de expresiones booleanas



Indique la salida del siguiente circuito por medio de expresiones booleanas

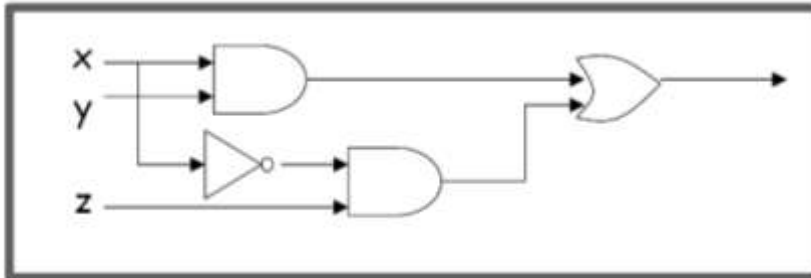


$$((\overline{x+y}) + (x \cdot \overline{y})) \cdot (\overline{x} \cdot y)$$

Compuertas lógicas

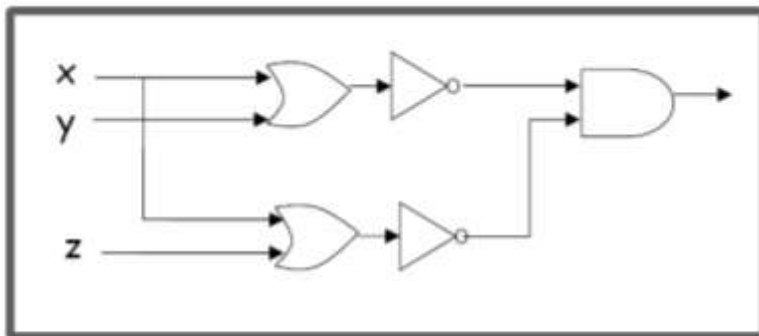
Así mismo, es posible construir un circuito dada una expresión booleana

$$(x \cdot y) + (\bar{x} \cdot z)$$

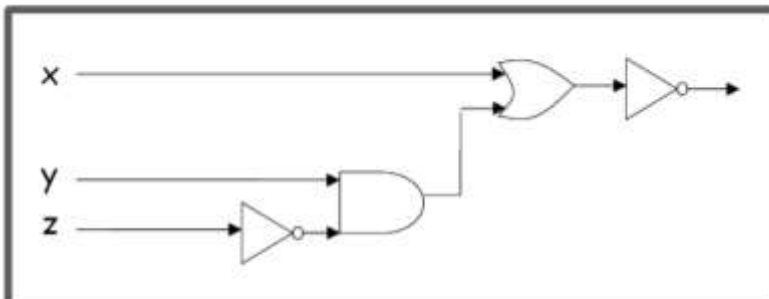


Muestre los circuitos para las siguientes expresiones booleanas

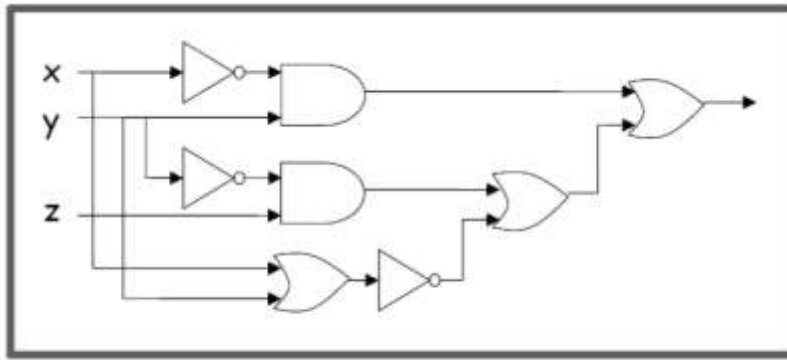
- $\overline{(x + y)} \cdot \overline{(x + z)}$
- $\overline{x + y \cdot z}$
- $(\bar{x} \cdot y) + (\bar{y} \cdot z) + (\bar{x} + y)$



$$\overline{(x + y)} \cdot \overline{(x + z)}$$



$$\overline{x + y \cdot z}$$



$$(\bar{x} \cdot y) + (\bar{y} \cdot z) + (x + y)$$

Problema: un comité de 3 personas se encuentra en una votación acerca de ciertas propuestas. Una propuesta es aceptada si al menos 2 de los 3 votan a favor. Diseñar el circuito que determina si una propuesta es aceptada o no

- **Entrada:** la decisión de cada uno de los 3 votantes, donde 1 significa un voto a favor y 0 un voto en contra
- **Salida:** 1 si la propuesta se aprueba, 0 si no es aceptada

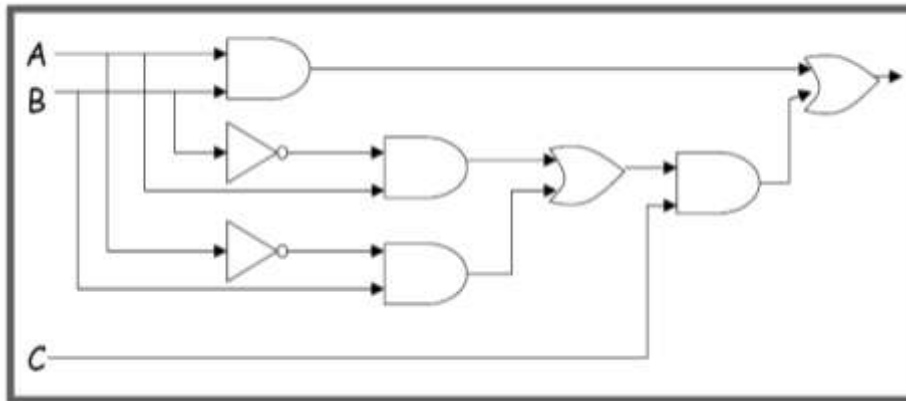
Tabla de valores

A	B	C	Decisión
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

A	B	C	Decisión
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

$$\text{Decisión} = A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C$$

El circuito que resuelve el problema de la votación es:



Problema: un bombillo es controlado por dos interruptores. Cada interruptor tiene dos estados, abierto o cerrado. El bombillo debe prender únicamente cuando ambos interruptores están abiertos o cuando ambos están cerrados. Diseñe el circuito para controlar el bombillo

• **Entrada:** el estado de cada uno de los dos interruptores, donde 1 significa que un interruptor está abierto y 0 si está cerrado

• **Salida:** 1 si el bombillo debe prender, de lo contrario 0

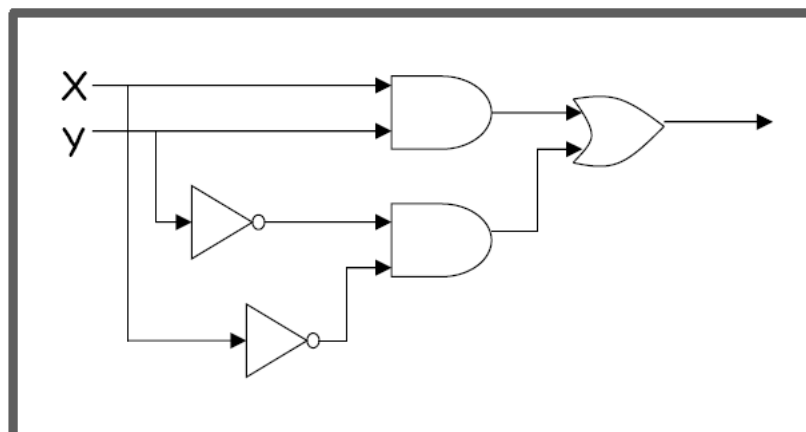
Tabla de valores

X	Y	B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

X	Y	B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

$$B = (X \cdot Y) + (\bar{X} \cdot \bar{Y})$$

El circuito que resuelve el problema del bombillo es:



Problema: juegan dos personas A, B, cada una tiene una moneda de mil pesos. Lanza al aire simultáneamente la moneda, si se obtiene doble cara gana el jugador A, de lo contrario gana B

- **Entrada:** lo obtenido (cara o sello) en cada una de las dos monedas lanzadas, donde 1 indica que salió cara y 0 que salió sello
- **Salida:** 1 si gana el juego A, 0 si gana el juego B

Tabla de valores

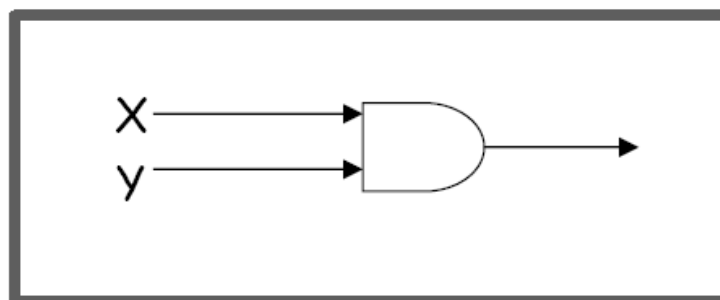
X	Y	G
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Tabla de valores

X	Y	G
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

$$G = X \cdot Y$$

El circuito que resuelve el problema del juego es:



Problema: muestre el circuito para el semi-sumador de dos entradas y dos salidas

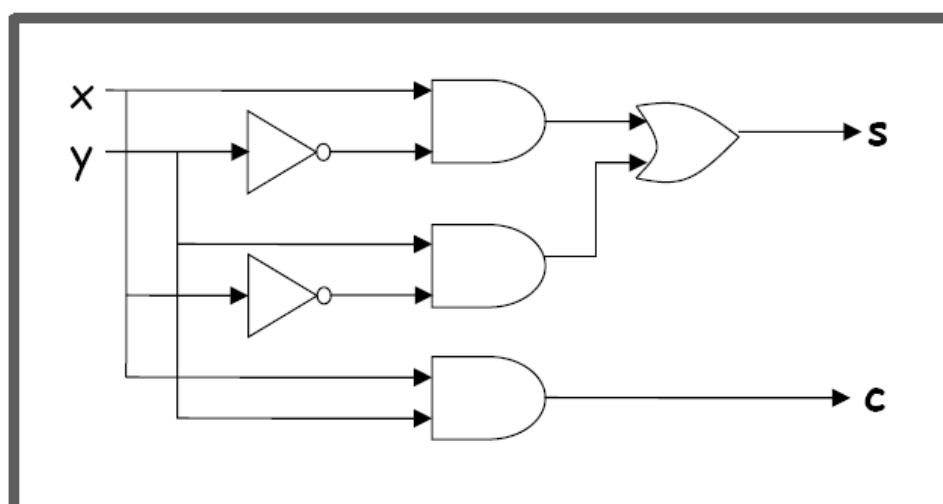
Entrada		Salida	
x	y	s	c
1	1	0	1
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	0

Entrada		Salida	
x	y	s	c
1	1	0	1
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	0

$$s = (x \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot y)$$

$$c = x \cdot y$$

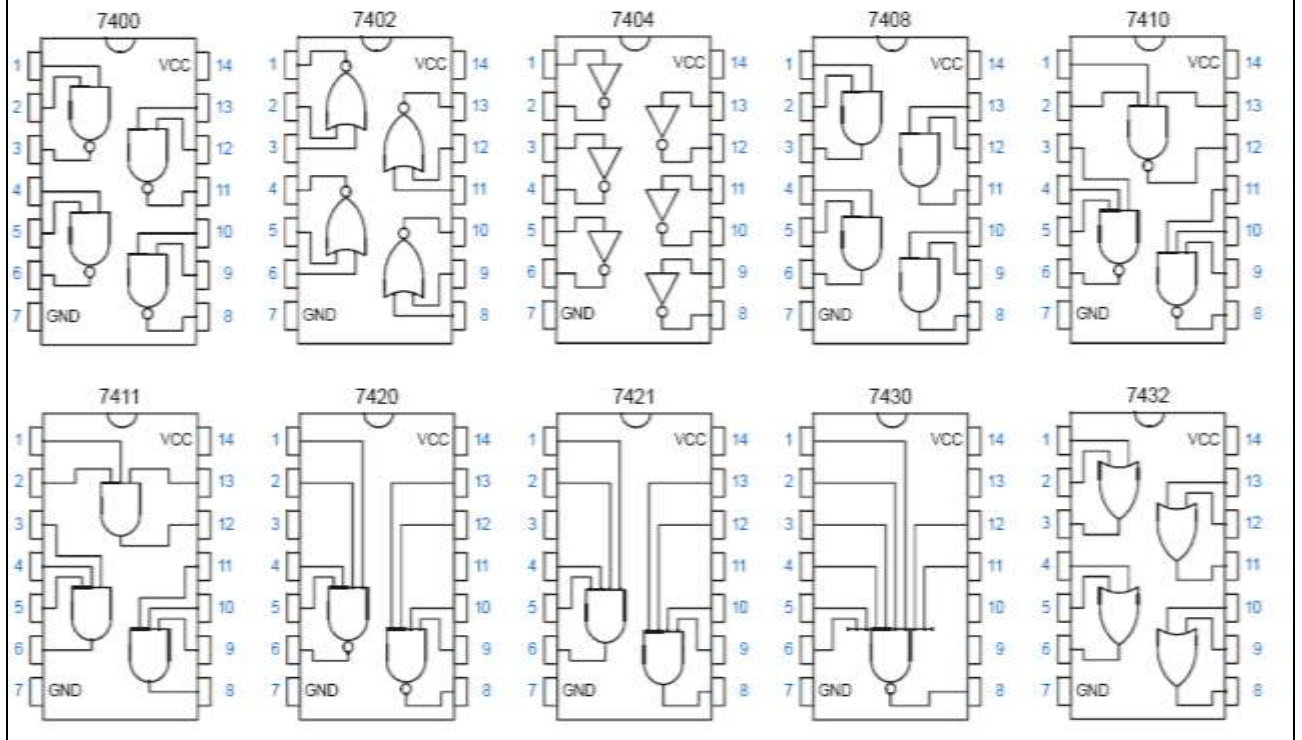
El circuito que resuelve el problema del semi-sumador es:



$$s = (x \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot y)$$

$$c = x \cdot y$$

Familia TTL



ANOTACIONES

A series of horizontal dotted lines spanning the width of the page, intended as a guide for handwriting practice.